

水平风荷载作用下 变截面提篮式无铰拱的内力分析

姚 安 林
(西南石油学院)

无铰拱式管桥在水平风荷载作用下的内力计算实质上是一个曲杆的空间力和空间位移问题〔1〕象图 1 所示那样沿弧线受有垂直于拱轴平面的均布荷载（集度为 q ）作用的圆弧无铰拱，如欲计算该结构的内力，根源文献〔1〕很容易建立基本力法方程

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0 \quad (1)$$

式中 X_1 ——欲求的赘余未知弯矩，其方向按右手螺旋法则示于图 2；
 δ_{11} —— X_1 等于 1 时在对称切口处产生的相对转角；
 Δ_{1P} ——外荷载在对称切口处产生的相对转角。

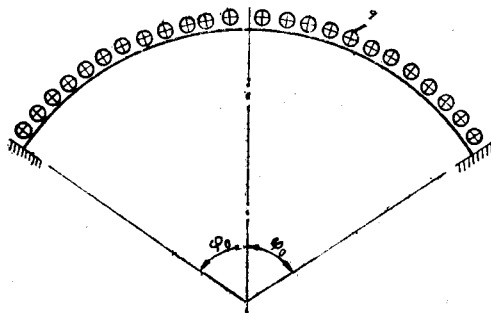


图 1

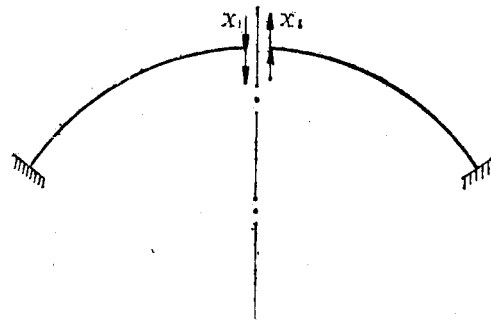


图 2

忽略剪切变形对转角的影响，为了求 δ_{11} 和 Δ_{1P} 必须建立下列函数：

$\bar{M}_1(\varphi)$ ： X_1 等于 1 在截面 φ 产生的弯矩

$\bar{L}_1(\varphi)$ ： X_1 等于 1 在截面 φ 产生的扭矩

$M_P(\varphi)$ ： q 在截面 φ 产生的弯矩

$L_P(\varphi)$ ： q 在截面 φ 产生的扭矩

由图 3a 所示 X_1 和 $\bar{M}_1(\varphi)$ 、 $\bar{L}_1(\varphi)$ 的假设正方向和图 3b 所示的矢量三角形关系可求得：

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_1(\varphi) &= \cos\varphi \\ \bar{L}_1(\varphi) &= -\sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由图 4 所示 $M_P(\varphi)$ 与 $L_P(\varphi)$ 的几何关系通过积分得：

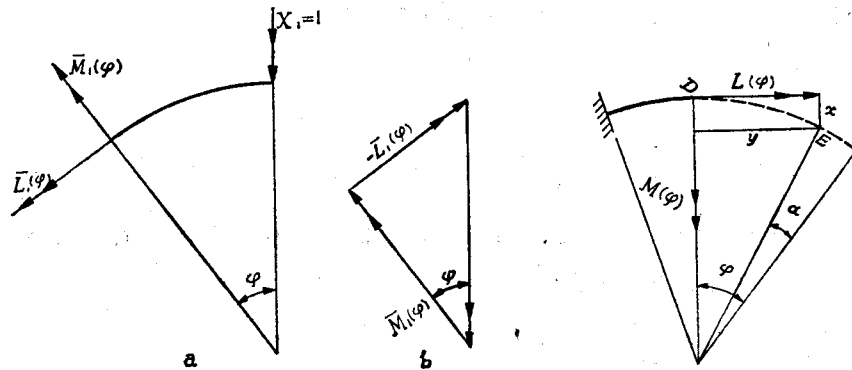


图 3

图 4

$$\begin{aligned} M_r(\varphi) &= -qR^2(1 - \cos\varphi) \\ L_r(\varphi) &= qR^2(\varphi - \sin\varphi) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 q ——荷载集度, kg/m ;
 R ——圆弧半径, m ;
 φ ——拱顶到 φ 截面圆弧段所对应的圆心角。

根据虚功原理, δ_{11} 和 Δ_{1P} 分别按下面公式计算:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= 2 \int_0^{\varphi_0} \frac{1}{EI} \overline{M}_1(\varphi) \overline{M}_1(\varphi) R d\varphi + 2 \int_0^{\varphi} \frac{1}{GJ} \overline{L}_1(\varphi) \overline{L}_1(\varphi) R d\varphi \\ \Delta_{1P} &= 2 \int_0^{\varphi_0} \frac{1}{EI} \overline{M}_1(\varphi) M_r(\varphi) R d\varphi + 2 \int_0^{\varphi} \frac{1}{GJ} \overline{L}_1(\varphi) L_r(\varphi) R d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当圆弧拱的截面为等截面时, 通过积分很容易求得^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{R}{2} \left[2 \left(\frac{1}{GJ} + \frac{1}{EI} \right) \varphi_0 - \left(\frac{1}{GJ} - \frac{1}{EI} \right) \sin 2\varphi_0 \right] = \frac{1}{2} RC_{11} \\ \Delta_{1P} &= -\frac{qR^3}{2} \left[\left(\frac{1}{GJ} + \frac{1}{EI} \right) (4\sin\varphi_0 - 2\varphi_0) - 4\frac{1}{GJ} \varphi_0 \cos\varphi_0 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{GJ} - \frac{1}{EI} \right) \sin 2\varphi_0 \right] = -\frac{1}{2} qR^3 c_{1P} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

代入式(1)可得等截面圆弧无铰拱的赘余未知弯矩:

$$X_1 = K_c q R^2 \quad (6)$$

其中

$$K_c = \frac{C_{1P}}{C_{11}}$$

从而得内力计算公式:

$$\left. \begin{aligned} M(\varphi) &= -qR^2(1 - \cos\varphi - K_c \cos\varphi) \\ L(\varphi) &= qR^2(\varphi - \sin\varphi - K_c \sin\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

如果是单管构成的圆弧拱结构, 式(7)可进一步简化成^[2]:

$$\left. \begin{aligned} M(\varphi) &= \left(\frac{18\sin\varphi_0 - 16\varphi_0\cos\varphi_0}{9\varphi_0 - \sin\varphi_0\cos\varphi_0} \cdot \cos\varphi - 1 \right) qR^2 \\ L(\varphi) &= - \left(\frac{18\sin\varphi_0 - 10\varphi_0\cos\varphi_0}{9\varphi_0 - \sin\varphi_0\cos\varphi_0} \cdot \sin\varphi - \varphi \right) qR^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

然而, 对于变截面拱来说, 由于截面几何刚度沿拱轴线不为常量, 所以在推导 δ_{11} 和 Δ_{1P} 的计算表达式时应考虑变刚度的影响。

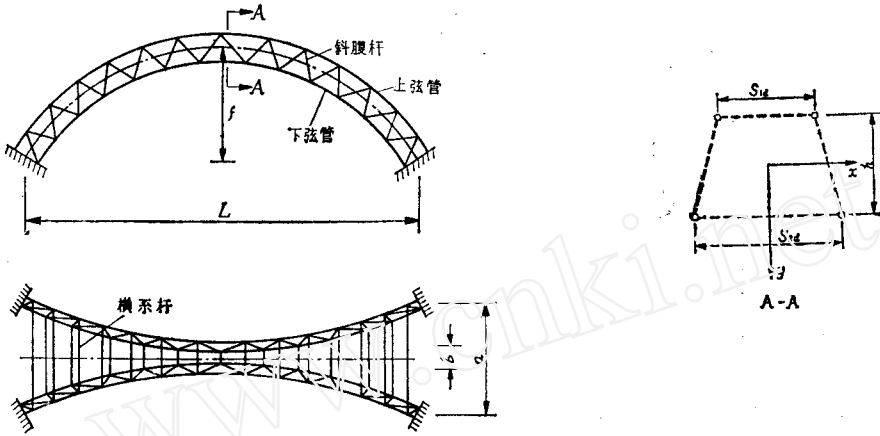


图 5

图5所示一种名为“提篮拱”的组合式桁拱, 其构造形式是由朝相对方向倾斜的两根圆弧桁架用横系杆联结而成。横截面形心迹线是一倾斜的圆弧线在垂直平面内的投影, 其投影曲线(提篮桁拱的轴线)不再为圆弧线, 而是一条摆线

(曲线方程为 $y = \frac{R}{f} \sqrt{f^2 - \left[\frac{1}{2}(a-b) \right]^2} (1 - \cos\varphi)$)。但是, 由于实际中圆弧桁架的倾斜度不大, 比较圆弧桁架的轴线与提篮桁拱的轴线, 二者相差很小。所以计算中仍以圆弧桁架的轴线代替提篮桁拱的拱轴线。

不考虑桁拱的腹杆对截面几何刚度的影响^[3], 则横截面对 y 坐标轴的惯性矩为:

$$I_y = 2F_s \left[\left(\frac{S_{1d}}{2} \right)^2 + \left(\frac{S_{2d}}{2} \right)^2 \right] \quad (9)$$

设拱顶处两圆弧桁架轴线的水平间距为 b , 拱脚处的水平间距为 a 。对应于拱顶截面的惯性矩:

$$I_{y_d} = 2F_s \left[\left(\frac{S_{1d}}{2} \right)^2 + \left(\frac{S_{2d}}{2} \right)^2 \right] \quad (10)$$

式中 F_s —— 桁拱弦管的截面积;

S_{1d} 、 S_{2d} —— 分别为拱顶截面上弦管间距和下式弦管间距。

* 这里考虑四根弦管的规格相同。

取提篮桁拱轴线的拱顶为坐标原点, 建立一个展开的空间直角坐标(图6)。拱脚在 X 坐标轴上的投影为 $\frac{1}{2}a$, 圆弧桁架轴线的拱顶在 X 坐标轴上的投影为 $\frac{1}{2}b$, 圆弧桁架轴线上任一点 ρ 在 X 坐标轴上的投影为:

$$X = \frac{R}{2f}(1 - \cos\varphi)(a - b) + \frac{b}{2} \quad (11)$$

于是, 由图5所示横截面的几何关系可知提篮桁拱轴线上任一点处上弦管的间距:

$$S_1 = 2X - \frac{1}{2}(S_{2d} - S_{1d}) \quad (12)$$

下弦管的间距:

$$S_2 = 2X + \frac{1}{2}(S_{2d} - S_{1d}) \quad (13)$$

将式(12)和(13)代入式(9)整理可得:

$$I_Y = 2F_s \left[2X^2 + \frac{1}{8}(S_{2d} - S_{1d})^2 \right] \quad (14)$$

计算表明: 上式右边中括号内的第二项比第一项小得多, 所以忽略第二项可得:

$$I_Y = 4F_s X^2 \quad (15)$$

将式(11)代入上式得:

$$I_Y = 4F_s \left[\frac{R}{2f}(1 - \cos\varphi)(a - b) + \frac{b}{2} \right]^2$$

或

$$I_Y = 4F_s \left(\frac{b}{2} \right)^2 \left[\frac{R}{f}(1 - \cos\varphi)(n - 1) + 1 \right]^2$$

注意到当 $\varphi = 0$ 时, $I_Y = I_{Yd}$

所以

$$I_Y = I_{Yd} \left[\frac{R}{f}(1 - \cos\varphi)(n - 1) + 1 \right]^2 \quad (16)$$

其中: I_{Yd} 按式(10)计算;

n ——拱脚与拱顶的宽度比, $n = \frac{a}{b}$ 。

参考文献[3]、[4]可知提篮桁拱的截面抗扭惯矩为各弦管对自身截面形心的抗扭惯矩之和。换言之, 亦即截面抗扭惯矩沿拱轴线为一常量。

$$J = 4J_s \quad (17)$$

式中 J_s ——弦管的截面抗扭惯矩

如此处理后, 将式(16)和(17)代入式(4)就可推导 δ_{11} 和 Δ_{1P} 的计算公式:

$$\delta_{11} = 2R \left\{ \frac{1}{EI_{Yd}} \int_0^{\varphi_0} \frac{f^2 \cos^2 \varphi}{[R(1 - \cos\varphi)(n - 1) + f]^2} d\varphi + \frac{1}{GJ} \int_0^{\varphi_0} \sin^2 \varphi d\varphi \right\}$$

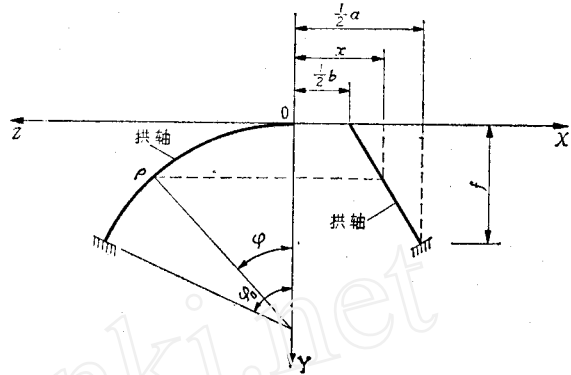


图5

$$\Delta_{1P} = 2qR^3 \left\{ \frac{1}{EI_{yd}} \int_0^{\varphi_0} \frac{f^2 (\cos\varphi - 1) \cos\varphi}{[R(1 - \cos\varphi)(n-1) + f]^2} d\varphi + \frac{1}{GJ} \int_0^{\varphi_0} (\sin\varphi - \varphi) \sin\varphi d\varphi \right\}$$

由于上列式中的积分过程较繁, 为节省篇幅, 故略去中间步骤, 给出积分结果为:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = 2R \left\{ \frac{1}{EI_{yd}} \left(\frac{f}{m} \right)^2 \left[\frac{2R^2 \operatorname{tg}(\varphi_0/2)}{(k^2 - 1) [(k-1) + (k+1) \operatorname{tg}^2(\frac{\varphi_0}{2})]} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4k - 2k^3}{k^2 - 1} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2} \right) + \varphi_0 \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{GJ} \left(\frac{1}{2} \varphi_0 - \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 \right) \right\} = 2RV_{11} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} = -2qR^3 \left\{ \frac{1}{EI_{yd}} \left(\frac{f}{m} \right)^2 \left[\frac{-2k \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2}}{(k+1) [(k-1) + (k+1) \operatorname{tg}^2(\frac{\varphi_0}{2})]} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2k^3 - 4k + 2}{(k^2 - 1)^{3/2}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2} \right) - \varphi_0 \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{GJ} \left(\frac{1}{2} \varphi_0 - \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 + \varphi_0 \cos \varphi_0 \right) \right\} = -2qR^3 V_{1P} \end{aligned}$$

代入式(1)得:

$$X_1 = qR^2 K_v \quad (19)$$

上述各式中:

$$K_v = \frac{V_{1P}}{V_{11}}$$

$$m = R(n-1)$$

$$k = \frac{m+f}{m}$$

根据叠加原理最终得到形式上同式(7)完全一致的变截面提篮式圆弧无铰拱在水平风荷载作用下的内力表达式:

$$\left. \begin{aligned} \text{弯矩} \quad M(\varphi) &= -qR^2(1 - \cos\varphi - K_v \cos\varphi) \\ \text{扭矩} \quad L(\varphi) &= qR^2(\varphi - \sin\varphi - K_v \sin\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

参考文献

- (1) 同济大学桥梁教研室编: 桥梁结构力学, 5—3 1979.
- (2) 建筑设计手册——管道支架, 中国建筑工业出版社, 1973.
- (3) 瑞典H.J.Hartwig, B.Hafke, 跨度278米的瑞典 Askerofjord 钢管拱桥, 载《桥梁译丛》, No.1, 1965
- (4) 黄剑源编: 薄壁结构的扭转分析(上), P.85, 中国铁道出版社, 1983
- (5) 汤国栋: 大跨径管道组合拱式跨越结构的侧倾稳定性及刚度分析, 《油气道管技术》No.2, 1981

提 要 页

胡士信 徐 快(石油部管道勘察设计院)
王文修 (抚顺铝厂)
镁基合金牺牲阳极研制与应用

《油气储运》第3卷,第4期,1984,
第37~41页

镁合金牺牲阳极的开发与利用,为土壤中钢构筑物的阴极保护提供了新的途径。大量实测数据表明MAZ1型镁合金阳极是适合于土壤环境中应用的最佳阳极材料。本文可供应用镁阳极时参考。

姚安林 (西南石油学院)
水平风荷载作用下变截面提篮式无铰拱的内力分析

《油气储运》第3卷,第4期,1984,
第48~52页

实践证明,水平风荷载绝对控制拱式管桥的强度^[5]。所以,对水平风荷载引起的管桥内力进行正确分析是对结构设计可靠性的重要保证。而现有计算拱管风载内力的公式^[1,2]仅限于等截面范围。本文拟就提篮式圆弧无铰拱的结构模式导出计算变截面桁拱管桥风载内力的公式。

王 伟
PVC 塑料片材在地下储油库罐室防潮中的应用

《油气储运》第3卷,第4期,1984,
第43~47页

本文从防潮原理、材料配制及施工方面介绍了用柔性材料——PVC塑料片材做离壁式内衬套的防潮方法。凡采用混凝土做离壁或贴壁被覆的地下储油库及物资储备库均适用。尤其是对渗漏严重的地下储库,其效果更佳。

潘孝光 (湖北省石油公司)
油库事故分析

《油气储运》第3卷,第4期,1984,
第57~60页

本文阐述了所记载的油库发生的各类事故,并逐一进行了较详细的分析,可供在生产和管理工作中参考。

ABSTRACTS

Yao An-lin

An Analysis of the Inner Stress of Variable-Section and Basket Nonhinged Arch under the Action of the Horizontal Wind Load

OGST Vol.3, No.4, 1984, P.48—52

It has been proved that the strength of pipeline arch bridge is absolutely controlled by the horizontal wind load. Therefore, making a correct analysis of the inner stress of the pipeline bridge caused by the horizontal wind load is very important to guarantee the reliability of a structure design. But the formulae for calculating the inner stress of the arch pipes caused by wind load is confined to equal section. Based on the basket arc nonhinged arch here is developed formulae to calculate the inner stress of the variable-section beamed arch pipeline bridge caused by wind load.

Hu Shi-xin et al

The Make-in-Research and Application of Magnesium-base Sacrifice Anode

OGST Vol.3, No.4, 1984, P.37—41

The development and application of magnesium-base sacrifice anode has opened a new way for cathode protection of steel structure in soil. A great deal of data measured have made it clear that MAZ 1 magnesium alloy anode is the optimum material suitable for being used in soil environment. The article may serve as some reference in the use of magnesium anode.

Pan Xiao-guang

An Analysis of Various Accidents in Oil Storage

OGST Vol.3, No.4, 1984, P.57—60

Here is listed almost all kinds of accidents that have happened in oil storage, making a deeper analysis of each one by one, and so being worth taking for reference in production and management.

Wang Wei

The Application of PVC Plastics to Underground Oil Storage Tanks Against Damp

OGST Vol.3, No.4, 1984, P.43—47

Here is an introduction of the damp-proof method of off-wall inner lining made of flexible materials of PVC plastics, based on the principle of damp-proof, compounding and installed construction. This method is suitable for underground oil storage tanks and other material storages with off-wall or on-wall concrete lining, especially for underground storages which have severe leakage.