

# 组合圆筒管的优化设计

姚安林

(西南石油学院)

## 摘 要

用外缠绕玻璃纤维增强复壁钢管来代替油气田内部承压高压的高强度钢管,既可节省大量的优质钢材,又能对场内集输管道起到良好的外防腐效果。本文着重研究由玻璃钢/钢组合而成的厚壁圆筒管在管内高压作用下的优化设计问题。首先利用组合管的边界条件,由弹性理论导出了平面应变状态下组合管壁内三个主应力的计算公式;然后建立了以组合管总壁厚、玻璃钢外套管壁厚和玻璃纤维缠绕角为设计变量,单位长度组合管的材料成本为目标函数以及钢管的强度约束和玻璃钢的变形限制为约束条件的优化设计数学模型,采用复形法对这一问题求得了最优解。作者还用所编的电算程序计算了各种管内径,各种内压及各种钢管强度等级所对应的设计变量最佳取值,从而讨论了管内径、内压及钢管强度等级变化对优化设计变量的影响。计算实例表明,在承受相同内压作用的情况下,组合管的材料成本较单纯钢管低,组合管的重量减轻尤为明显。

关键词:组合圆筒管;内压;平面应变状态;优化设计;复形法。

## 概 述

目前,我国大部分承压高压的油气集输管道多采用高强度钢管。由于土壤介质的化学或电化学腐蚀作用,使得这部分管道因腐蚀而破坏的现象十分严重,这不仅给油气生产带来较大的经济损失,而且也浪费大量的优质高强度钢材。近年来,石油部门的少数单位采用在钢管外缠绕玻璃纤维的办法来防腐和增强已遭局部腐蚀的高压油气集输管道,已在工程实践中取得成效<sup>[1]</sup>。由于玻璃钢(简称GFRP)和钢材是两种不同性质的材料,所以,由玻璃钢/钢组合而成的圆筒管的力学特性不同于各向同性材料管道的力学特性。本文主要研究由玻璃钢/钢组合而成的厚壁圆筒管受管内高压作用的优化设计问题。

## 一、结构模型及内力分析

图1表示玻璃钢/钢组合管的横断面形状。组合管的内层是一普通钢管,外层是用玻璃纤维布按图2所示缠绕方法缠绕而成的玻璃钢管。在 $r-\theta-x$ 柱坐标系中 $r$ 、 $\theta$ 、 $x$ 分别代表组合管的径向、环向和轴向。假设在组合管的两端没有封头,而且其轴向变形受到约束,于是组合管的力学模型可视为平面应变状态下的轴对称应力问题来求解。根据参考文献[2],可取钢管层内和GFRP管层内的应力表达式分别为

$$\sigma_r = \frac{A}{r^2} + 2C, \quad \sigma_\theta = -\frac{A}{r^2} + 2C \quad (1)$$

· 本文于1988年5月10日收到

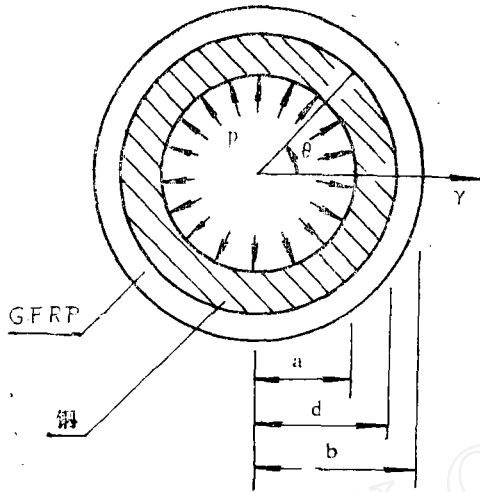


图 1

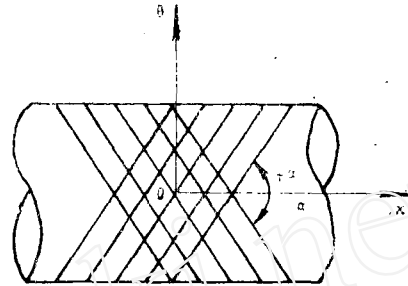


图 2

和

$$\sigma_r' = \frac{A'}{r^2} + 2C', \quad \sigma_\theta' = -\frac{A'}{r^2} + 2C' \quad (2)$$

由边界条件

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_r)_{r=a} &= -p \\ (\sigma_r')_{r=b} &= 0 \\ (\sigma_r)_{r=d} &= (\sigma_r')_{r=d} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

可得求解应力表达式中待定系数  $A$ 、 $C$ 、 $A'$ 、 $C'$  的三个方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{a^2} + 2C &= -p \\ \frac{A'}{b^2} + 2C' &= 0 \\ \frac{A - A'}{d^2} + 2(C - C') &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

显然，上面三个方程还不能确定四个待定系数，故需补充一个变形协调方程。我们假定，组合管中的钢管和GFRP管在接触面上是“完全接触”的。于是，两管在接触面上应保持如下的变形协调关系：

$$(\varepsilon_\theta)_{r=d} = (\varepsilon_\theta')_{r=d} \quad (5)$$

式中  $(\varepsilon_\theta)_{r=d}$  表示内衬钢管在接触面上的环向应变，由文献[2]可知

$$(\varepsilon_\theta)_{r=d} = \frac{1+\mu}{E} \left[ 2(1-2\mu)C - \frac{A}{d^2} \right] \quad (6)$$

$(\varepsilon_\theta')_{r=d}$  表示GFRP外套管在接触面上的环向应变，根据正交各向异性物体的应力-应变关系<sup>[3]</sup>可将其表示成

$$(\varepsilon_\theta')_{r=d} = \lambda \left( 2C' - \frac{A}{d^2} \right) + \eta \left( 2C' + \frac{A'}{d^2} \right) \quad (7)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{S_{\theta\theta} - C_{zr} S_{\theta\theta} S_{zr} + C_{zr} S_{\theta z} S_{r\theta}}{1 - C_{zr} S_{zr} - C_{z\theta} S_{\theta z}} \\ \eta &= \frac{S_{\theta r} - C_{zr} S_{zr} S_{\theta r} + C_{zr} S_{\theta z} S_{r\theta}}{1 - C_{zr} S_{zr} - C_{z\theta} S_{\theta z}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中带脚标的字符S和C分别表示正交各向异性体的柔度系数和刚度系数, 字符右下方的脚标代表坐标方向。柔度系数和刚度系数均是GFRP外套管主轴方向的弹性模量和泊松比的函数, 其表达式分别为<sup>[9]</sup>

$$\left. \begin{aligned} S_{\theta\theta} &= 1/E_{\theta} \\ S_{\theta r} &= -\nu_{\theta z}/E_{\theta} = -\nu_{r\theta}/E_r \\ S_{\theta z} &= -\nu_{\theta z}/E_{\theta} = -\nu_{z\theta}/E_z \\ S_{r r} &= 1/E_r \\ S_{z r} &= -\nu_{z r}/E_z \\ S_{r\theta} &= S_{\theta r} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{z\theta} &= \frac{E_r E_z}{\Delta} (E_r \nu_{z\theta} + E_z \nu_{z r} \nu_{r\theta}) (E_r - E_{\theta} \nu_{r\theta}^2) \\ C_{z r} &= \frac{E_r E_z}{\Delta} (E_z \nu_{z r} + E_{\theta} \nu_{r\theta} \nu_{z\theta}) \\ \Delta &= (E_r - E_{\theta} \nu_{r\theta}^2) (E_r E_z - E_{\theta} E_z \nu_{r\theta}^2 - E_{\theta} E_r \nu_{z\theta}^2 \\ &\quad - E_z^2 \nu_{z r}^2 - 2E_{\theta} E_z \nu_{r\theta} \nu_{z\theta} \nu_{z r}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

由(5)、(6)、(7)三式可得

$$\frac{1+\mu}{E} [2(1-2\mu)C - \frac{A}{d^2}] = (\eta - \lambda) \frac{A'}{d^2} + 2(\eta + \lambda)C' \quad (11)$$

根据(4)、(11)两式, 可解出待定系数

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{\xi a^2 d^2}{\xi} p \\ C &= \frac{1}{2} (\xi d^2 / \xi - 1) p \\ A' &= -\frac{b^2 d^2 [\xi - \xi (d^2 - a^2)]}{\xi (b^2 - d^2)} p \\ C' &= \frac{d^2 [\xi - \xi (d^2 - a^2)]}{2\xi (b^2 - d^2)} p \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中

$$\xi = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} (b^2 - d^2) - b^2(\eta - \lambda) + d^2(\eta + \lambda)$$

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1+\mu}{E} (b^2 - d^2) [a^2 + d^2(1-2\mu)] + b^2(a^2 - d^2)(\eta - \lambda) \\ &\quad + d^2(d^2 - a^2)(\eta + \lambda) \end{aligned}$$

$E$ 、 $\mu$ 分别为钢材的弹性模量和泊松比。

式(9)、(10)两式中有关GFRP外套管主轴方向的弹性系数可按下列公式换算<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} 1/E_z &= 1/E_{z0} - x_1^2 G_{z\theta0} \\ 1/E_\theta &= 1/E_{\theta0} - x_2^2 G_{z\theta0} \\ \frac{\nu_{z\theta}}{E_z} &= \frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} = \frac{\nu_{z\theta0}}{E_{z0}} + x_1 x_2 G_{z\theta0} \end{aligned} \quad (13)$$

$$1/G_{z\theta} = 1/G_{z\theta0} - x_1(x_1 + x_2 \nu_{\theta z0}) E_{z0} / (1 - \nu_{z\theta0} \nu_{\theta z0}) - x_2(x_2 + x_1 \nu_{z\theta0}) E_{\theta0} / (1 - \nu_{z\theta0} \nu_{\theta z0})$$

$$1/E_{z0} = \frac{\cos^4 \alpha}{E_L} + \frac{\sin^4 \alpha}{E_T} + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$\text{式中 } 1/E_{\theta0} = \frac{\sin^4 \alpha}{E_L} + \frac{\cos^4 \alpha}{E_T} + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$1/G_{z\theta0} = \left( \frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} + \frac{1 + \nu_{TL}}{E_T} \right) \sin^2 2\alpha + \frac{\cos^2 2\alpha}{G_{LT}}$$

$$\frac{\nu_{z\theta0}}{E_{z0}} = \frac{\nu_{\theta z0}}{E_{\theta0}} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) + \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$x_1 = \left[ \frac{\sin^2 \alpha}{E_T} - \frac{\cos^2 \alpha}{E_L} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha$$

$$x_2 = \left[ \frac{\cos^2 \alpha}{E_T} - \frac{\sin^2 \alpha}{E_L} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha$$

其中  $E_L$ 、 $E_T$  和  $\nu_{LT}$ 、 $\nu_{TL}$  分别为单向缠绕层纤维方向和垂直纤维方向的弹性模量及泊松比， $G_{LT}$  是剪切弹性模量， $\alpha$  是图 2 所示的纤维缠绕角。

将式 (12) 代回式 (1)、(2)，即得组合圆筒管的应力计算公式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \left[ \frac{\xi d^2 (r^2 - a^2)}{r^2 \xi} - 1 \right] p \\ \sigma_\theta &= \left[ \frac{\xi d^2 (r^2 + a^2)}{r^2 \xi} - 1 \right] p \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_r &= \frac{d^2 (r^2 + b^2) [\xi - \zeta (d^2 - a^2)]}{r^2 \xi (b^2 - d^2)} p \\ \sigma'_\theta &= \frac{d^2 (r^2 + b^2) [\xi - \zeta (d^2 - a^2)]}{r^2 \xi (b^2 - d^2)} p \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中  $p$ ——作用在组合管内壁上的均匀压力。

根据轴对称问题的基本方程<sup>(2)</sup>容易导出钢管层和 GFRP 管层内的轴向应力计算公式分别为

$$\sigma_z = \frac{\mu}{1 - \mu} (\sigma_\theta + \sigma_r) \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_z &= \varphi\sigma'_{\theta} + \psi\sigma'_r \\ \varphi &= \frac{C_{z\theta}S_{\theta\theta} + C_{zr}S_{r\theta}}{1 - C_{zr}S_{zr} - C_{z\theta}S_{\theta z}} \\ \psi &= \frac{C_{z\theta}S_{\theta r} + C_{zr}S_{r r}}{1 - C_{zr}S_{zr} - C_{z\theta}S_{\theta z}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

## 二、优化设计

在本问题中,我们将组合管的总壁厚 $t$ 和GFRP管的壁厚 $t_0$ 以及玻璃纤维布的缠绕角 $\alpha$ 取为设计变量,即

$$X = (\alpha, t, t_0)^T \quad (18)$$

令 $\tilde{t} = t/D_i$ ,  $\tilde{t}_0 = t_0/t$ , 则将设计变量化成无量纲形式

$$\tilde{X} = (\alpha, \tilde{t}, \tilde{t}_0)^T \quad (18')$$

目标函数是单位长度组合管的成本费:

$$F = \pi \{ [\tilde{t}^2 + \tilde{t}_0^2 - 2\tilde{t}\tilde{t}_0 + D_i\tilde{t} - D_i\tilde{t}_0] \gamma_s V_s + [D_i\tilde{t}_0 + 2\tilde{t}\tilde{t}_0 - \tilde{t}_0^2] \gamma_0 V_0 \} \quad (19)$$

式中,  $D_i$  表示组合管的内直径;  $\gamma_s$ 、 $\gamma_0$  分别为钢材和玻璃钢的密度;  $V_s$ 、 $V_0$  分别表示钢材和玻璃钢的单价。用承受与组合管相同内压的单纯钢管的成本费除上式, 即得无量纲形式的目标函数

$$\begin{aligned} \tilde{F} = D_i^2 \{ & [\tilde{t}^2 + (\tilde{t}\tilde{t}_0)^2 - 2\tilde{t}\tilde{t}_0 + \tilde{t} - \tilde{t}\tilde{t}_0] + \\ & \left[ \tilde{t}\tilde{t}_0 + 2\tilde{t}^2\tilde{t}_0 - (\tilde{t}\tilde{t}_0)^2 \right] \frac{\gamma_0 V_0}{\gamma_s V_s} \} / (t_0^2 + D_i t_0) \end{aligned} \quad (19')$$

式中,  $t_0$  表示按均方根剪应力强度理论设计的单纯钢管所需的壁厚, 它是下列四次方程的一个正实根。

$$A_0 t_0^4 + B_0 t_0^2 + C_0 = 0 \quad (20)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= p^2 + ep + f \\ B_0 &= \frac{D_i^2}{2} (p^2 - f) \\ C_0 &= \frac{D_i^4}{16} (p^2 - ep + f) \\ e &= -\frac{2k^2 - 2k - 1}{k^2 - k + 1} p \\ f &= p^2 - \frac{[\sigma]^2}{k^2 - k + 1} \\ k &= \frac{\mu}{1 - \mu} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$[\sigma]$  代表钢材的设计许用应力, 其余符号意义同前。

在组合管的优化设计中考虑了内衬钢管的强度约束条件和 GFRP 外套管的形变约束条件, 即内衬钢管的强度应满足 Mises 屈服准则<sup>[5]</sup>, GFRP 外套管的形变应符合限定应变 ( $\epsilon$ ) 准则<sup>[6]</sup>的要求。于是, 约束条件方程分别为

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \leq 2Y^2 \quad (22)$$

$$\left[ 1 - \frac{\xi}{\xi} (d^2 - a^2) \right] \left[ \lambda \frac{(b^2 + d^2)}{(b^2 - d^2)} - \eta \right] p \leq \bar{\varepsilon}_0 \quad (23)$$

式中

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p \\ \sigma_\theta &= \left( \frac{2d^2\xi}{\xi} - 1 \right) p \\ \sigma_z &= \frac{\mu}{1-\mu} (\sigma_\theta + \sigma_r) \\ a &= D_i/2 \\ b &= a + D_i \tilde{t} \\ d &= b - D_i \tilde{t} t_0 \end{aligned} \quad (24)$$

$Y$  表示钢材的屈服极限,  $\bar{\varepsilon}_0$  表示 GFRP 外套管环向的允许应变。

### 三、算例及讨论

为了求解上节建立的组合圆筒管的优化设计问题, 我们采用 M.J.Box 提出的一种直接优化方法——复形法<sup>[7]</sup>。求解过程如图 3 所示。现举例说明。

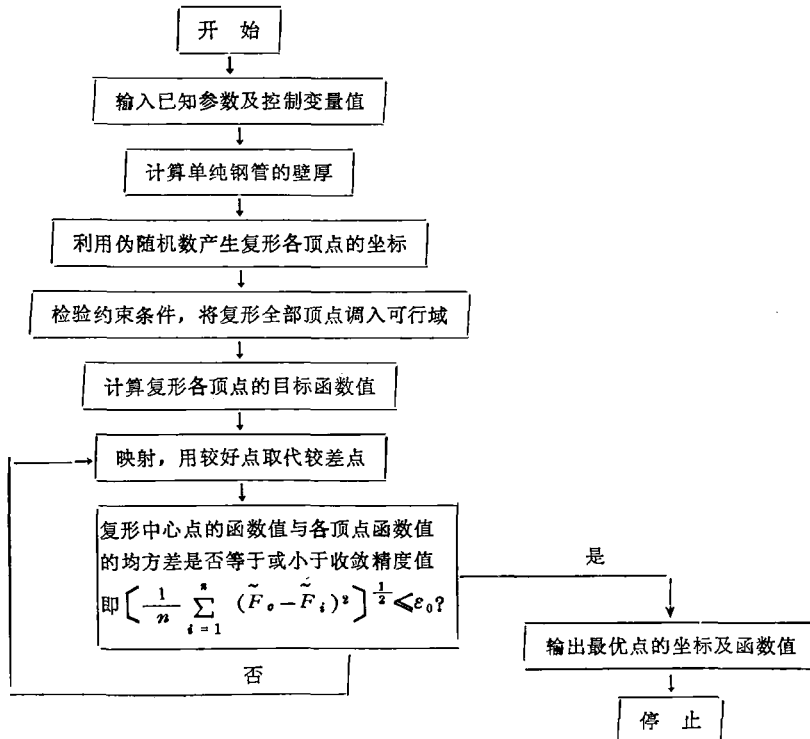


图 3

欲设计一内径  $D_i = 0.300\text{m}$ , 承受  $p = 10\text{MPa}$  的介质内压的组合圆筒管。已知钢材和 GFRP 的物理力学性能参数如表 1 所示。取设计变量的上、下限值分别为

表 1 GFRP 和钢材的物理力学性能参数

	杨氏模量 GPa		泊松比		剪切模量 GPa	密度 kg/m <sup>3</sup>	GFRP 的容许应变 <sup>[6]</sup> 及钢材屈服限
	$E_L$	$E_T$	$\nu_{LT}$	$\nu_{Tr}$			
GFRP	25.5	11.77	0.20	0.10	$G_{LT} = 2.845$	2000	$\bar{\varepsilon}_\theta = 0.0015$
	3.826			0.10			
钢 材	206.0		0.30		78.48	7850	$Y = 240.0\text{MPa}$

$$(\alpha, \tilde{t}, \tilde{t}_a)^* = (1.0472, 0.20, 0.80)$$

$$(\alpha, \tilde{t}, \tilde{t}_a)^t = (0.5236, 0.62, 0.20)$$

根据表 1 所列材料的性能参数, 取 GFRP 和钢材的比价为 5.0, 由计算机算出设计变量的最佳取值为

$$(\alpha^*, \tilde{t}^*, \tilde{t}_a^*) = (0.6574, 0.02467, 0.2007)$$

按以上设计参数设计的组合管的成本只有单纯钢管成本的 0.84417 倍; 单位长度组合管的相对重量仅为 0.67754。

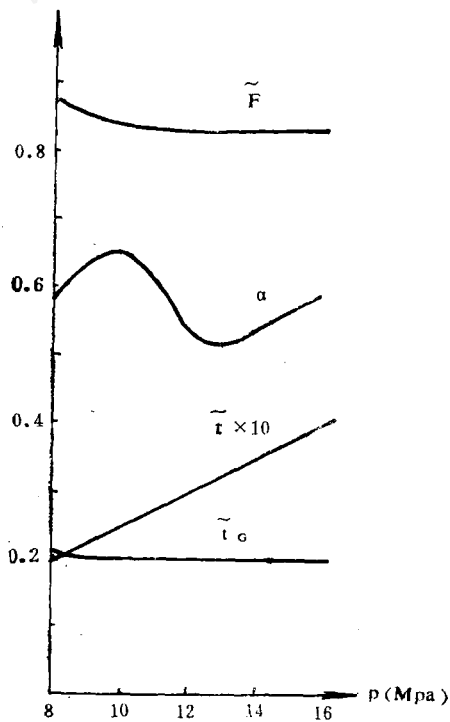


图 4

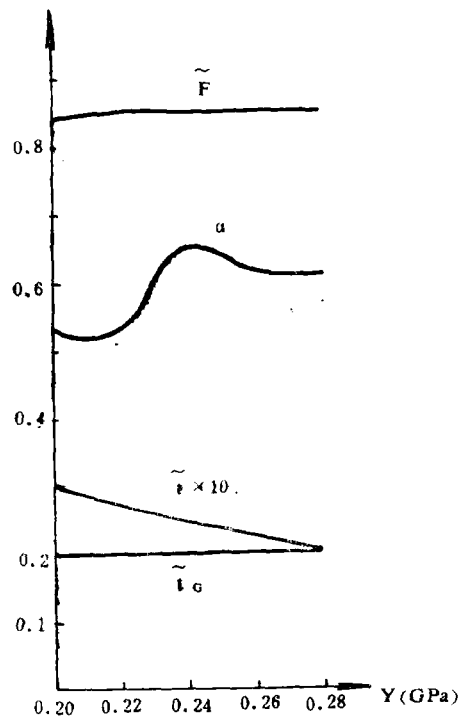


图 5

同时, 应用本文编制的优化电算程序还计算了各种管内径、各种介质内压以及各种强度等级的内衬钢管所对应的设计变量的最佳取值和组合管的相对成本。结果表明, 在其他已知

条件不变的情况下,管内径的变化对设计变量的最佳取值的影响很小,而介质内压及内衬钢管强度等级的改变对设计变量的最佳取值的影响较为明显。图 4、5 分别给出优化设计变量和目标函数值随内压和钢管强度等级变化的关系曲线。从图 4、5 中的  $\tilde{t}$  曲线的变化趋势看出,组合圆筒管的总壁厚随内衬钢管强度等级的提高而减小;而随介质内压的升高近似呈线性增加。图中的  $\tilde{t}_0$  曲线表明 GFRP 外套管的相对壁厚却变化微小,而且逐渐趋于  $t_0$  的下限值。这是由于目前玻璃钢比钢材的单重成本高很多的原因所致。

#### 四、结 束 语

用外缠绕玻璃纤维增强钢管的实践是寓对钢管增强于对钢管防腐之中,利用玻璃钢外套管对埋地油气钢管既可防腐、又能起到结构增强的双重作用,只要采取合理的设计方法,即可在油气管道建设中取得良好的经济效益。

本文导出的应力计算公式可用于对玻璃钢/钢组合厚壁圆筒管的精确分析,编制的组合管优化设计的电算程序能为实际工程设计提供合理的结构参数,运算速度快,使用灵活、方便。

#### 参 考 文 献

- [1] 周光明、曾凡仲: 高分子聚合材料用于天然气管道维修,《油气储运》, Vol.5(6), 1986年。
- [2] 徐芝纶:《弹性力学》,人民教育出版社,1982年第2版。
- [3] 蔡四维:《复合材料结构力学》,人民交通出版社,1987年。
- [4] 刘锡礼、王秉权:《复合材料力学基础》,中国建筑工业出版社,1984年。
- [5] [美] Crandall Dahl Lardner等著,诸关炯等译:《固体力学导论》,人民教育出版社,1980年。
- [6] 王健新: 耐腐蚀玻纤增强塑料的设计,《工程塑料应用》,1987年第1期。
- [7] 刘夏石:《工程结构优化设计原理、方法和应用》,科学出版社,1984年。



## OPTIMUM DESIGN OF THE CIRCULAR CYLINDRICAL PIPES COMBINED WITH GFRP/STEEL

Yao Anlin

(*Southwestern Petroleum Institute*)

### Abstract

This paper puts the emphasis on studying the optimum design of the thick-walled circular cylindrical pipes combined with GFRP/steel (shortly called, combined pipe, below) subjected to the internal high pressure. Firstly, considering a few of boundary conditions, the formulas of three principal stresses in the wall of the combined pipe in the state for plane strain are derived by elastic theories. Next, the mathematical model for the optimization of the combined pipe is set up, in which the total wall thickness of the combined pipe, the wall thickness of GFRP out-sleeve and the wound angle of the glass fibre are chosen as design variables, the materials cost of the combined pipe per unit length is taken as an objective function, and the strength requirement of steel pipe and the deformation limitation of GFRP are considered as constraints as well. Finally, the model for the optimization is solved by using the Complex-Method. Also, the author discusses the influence, caused by the changes of the inner diameter of the combined pipe, the internal pressure as well as the strength class of steel pipe, on the optimum values of design variables. A numerical example shows that, under the same pressure, the materials cost of the combined pipe is less than that of a pure steel pipe, and the weight evidently lighter.

**Keywords:** combined circular cylindrical pipe; internal pressure; state for plane strain; optimum design; Complex Method.