

纤维增强压力容器的内力分析

姚安林

(西南石油学院)

罗洪泉

(四川石油管理局南充炼油厂)

摘要 用纤维复合材料增强压力容器,改传统压力容器所用的优质钢材为普通钢材,既可节省大量优质钢材,又可使压力容器在十分恶劣的环境下运行。本文用弹性力学的基本方程推导了玻璃钢—钢组合压力容器在均匀内压下的应力计算公式,并讨论了应力在壁内的分布规律。

主题词: 压力容器 应力分析 复合材料 玻璃纤维 应力 应变

随着石油化工生产的日益发展,压力容器的尺寸越来越大,操作条件越来越苛刻,选用材料的强度级别也越来越高。尤其是中、高压容器,几乎都选用高强度合金钢材来制造。为了保护有限的金属资源,开发应用新材料来代替金属材料已成为世人瞩目的研究课题。纤维增强压力容器的结构模型正是基于这一思想提出的。

自本世纪40年代以来,复合材料得到了迅猛的发展,已在航天、航空、机械、电子等行业得到了广泛的应用。玻璃钢是复合材料大家庭中的一员,它是用玻璃纤维作增强材料、合成树脂作基体的树脂基复合材料,即玻璃纤维增强塑料(Glass Fiber Reinforced Plastics,简称GFRP)。GFRP具有重量轻、比强度和比模量高、抗腐蚀性好等优点。虽然它的强度不及有些复合材料,但它具有成本低、加工容易、使用经验丰富等优点。因此,它是目前使用最广泛的复合材料之一。

纤维增强压力容器是在钢制容器外层用纤维复合材料(GFRP)增强的组合压力容器。由于GFRP与钢材是两种不同性质的工程材料,前者是各向异性材料,后者是各向同性材料,所以组合容器的力学特征不同于钢制容器的力学特征。因此,有必要建立GFRP—钢这种组合压力容器内力计算的分析方法。

1 结构模型

纤维增强压力容器的结构如图1所示。其内层是用普通钢材制成的内衬,外层是

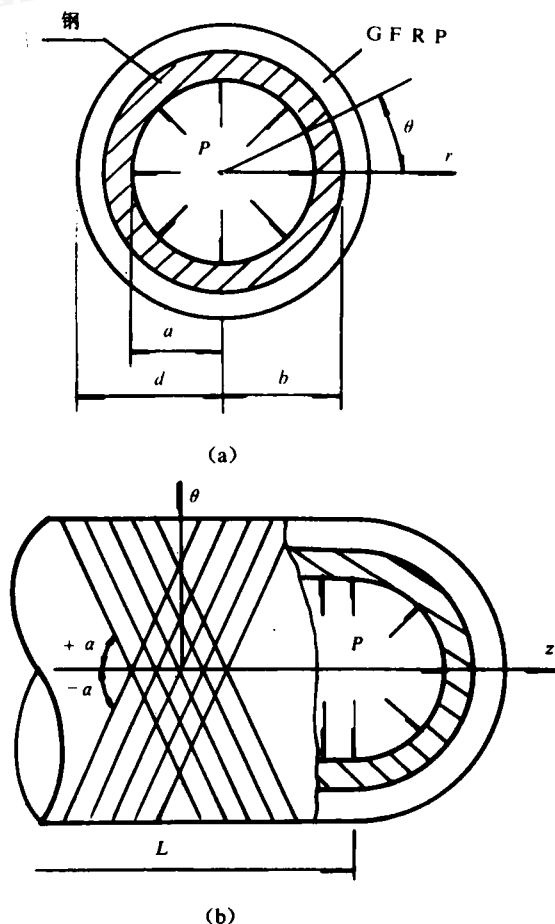


图1 纤维增强压力容器的结构简图

GFRP 外套，筒身是圆柱体，两端是等厚度半球形封头。假定容器只承受均匀内压 P 的作用，容器裸露于自由空间，变形不受约束。

2 筒身段内力分析

如图 1 所示，在柱坐标系 $r-\theta-z$ 中， r 、 θ 、 z 分别表示筒身段的径向、周向和轴向。为便于分析，本文将图 1 (a) 所示的结构分离成内衬和外套两个筒体，其力学模型如图 2 所示。

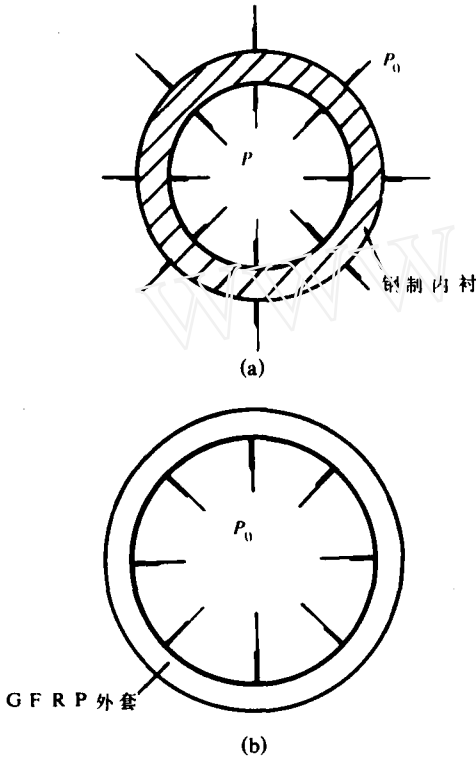


图 2 筒身段力学分析模型

图 2(a) 是内衬的横截面图，同时受内压 P (容器工作压力) 和外压 P_0 的作用；图 2 (b) 是外套横截面图，只受内压 P_0 的作用。 P_0 是内衬与外套接触层间的相互作用力，分析中视 P_0 在接触层处处相等。在分析内力时，将内衬和外套均当成厚壁圆筒处理，因此，本问题是一个空间轴对称问题。

对于内衬，由文献 [1] 可知，筒体的径向和周向应力只与坐标 r 有关，将封头对筒体的约束所引起的轴向应力 σ_z 处理成平均应

力，则筒体的轴向应变与圆筒内的位置无关。其应力、应变计算公式分别为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= [P(a^2 r^2 - a^2 b^2) + P_0(a^2 b^2 - b^2 r^2)] \cdot [r^2(b^2 - a^2)]^{-1} \\ \sigma_\theta &= [P(a^2 b^2 + a^2 r^2) - P_0(a^2 b^2 - b^2 r^2)] \cdot [r^2(b^2 - a^2)]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{2\nu}{E} \cdot \frac{Pa^2 - P_0 b^2}{b^2 - a^2} \quad (2)$$

(1)、(2) 式中

- P ——容器承受的工作内压；
- P_0 ——外套对内衬的约束压力；
- σ_z ——钢内衬的轴向平均应力；
- E ——钢材的杨氏弹性模量；
- ν ——钢材的泊松比；
- a ——容器的内半径；
- b ——钢内衬的外半径。

对于 GFRP 外套，假定在筒体内壁受到钢内衬膨胀所产生的均匀内压力的作用。为便于分析，仍将封头对筒体的约束所产生的轴向应力 σ_z 处理成平均轴向应力，其余应力、应变也只与 r 坐标有关。当不计体力和剪应力的影响时，GFRP 外套筒的平衡方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{1}{r}(\sigma_\theta - \sigma_r) = 0 \quad (3)$$

几何方程为

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} \quad (4)$$

因外套为正交各向异性体，故物理方程为 [2]

$$\{\varepsilon\} = [\bar{S}_{ij}] \{\sigma\} \quad (5)$$

(3)~(5) 式中， σ_r 、 σ_θ 分别表示外套的径向和周向应力； ε_r 、 ε_θ 、 ε_z 分别表示径向、周向和轴向应变； u_r 、 W 分别为径向和轴向位移； $[\bar{S}_{ij}]$ 表示正交各向异性体的偏轴柔度

系数矩阵。当不计剪应力及剪应变时, (5)式可简化成^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z' &= \bar{S}_{11} \sigma_z' + \bar{S}_{12} \sigma_\theta' + \bar{S}_{13} \sigma_r' \\ \varepsilon_\theta' &= \bar{S}_{12} \sigma_z' + \bar{S}_{22} \sigma_\theta' + \bar{S}_{23} \sigma_r' \\ \varepsilon_r' &= \bar{S}_{13} \sigma_z' + \bar{S}_{23} \sigma_\theta' + \bar{S}_{33} \sigma_r' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将几何方程代入(6)式, 并注意到 σ_z' 为一常量, 则可将应力表示成径向位移 u_r' 的函数:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta' &= A_0 \frac{du_r'}{dr} + B_0 \frac{u_r'}{r} + C_0 \sigma_z' \\ \sigma_r' &= D_0 \frac{du_r'}{dr} + E_0 \frac{u_r'}{r} + F_0 \sigma_z' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{其中 } A_0 = \frac{-\bar{S}_{22}}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

$$B_0 = \frac{\bar{S}_{33}}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

$$C_0 = \frac{(\bar{S}_{13}\bar{S}_{23} - \bar{S}_{12}\bar{S}_{33})}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

$$D_0 = \frac{\bar{S}_{22}}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

$$E_0 = \frac{-\bar{S}_{23}}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

$$F_0 = \frac{(\bar{S}_{12}\bar{S}_{23} - \bar{S}_{13}\bar{S}_{22})}{(\bar{S}_{22}\bar{S}_{33} - \bar{S}_{23}^2)}$$

将(7)式代入平衡方程(3)可得求解本问题的基本微分方程

$$\left. \begin{aligned} r^2 \frac{d^2 u_r'}{dr^2} + r \left(\frac{D_0 + E_0 - A_0}{D_0} \right) \frac{du_r'}{dr} \\ - \frac{B_0}{D_0} u_r' + r \left(\frac{F_0 - C_0}{D_0} \right) \sigma_z' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

令 $r = e^t$ 或 $t = \ln r$, 可将上式变换成

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u_r'}{dt^2} + \frac{E_0 - A_0}{D_0} \frac{du_r'}{dt} \\ - \frac{B_0}{D_0} u_r' = \frac{C_0 - F_0}{D_0} \sigma_z' e^t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上式为一个二阶常系数非齐次线性微分方程, 对应齐次方程的通解为

$$u_{r1}' = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t} \quad (10)$$

非齐次方程(9)的一个特解为

$$u_{r0}' = f \sigma_z' e^t \quad (11)$$

于是, 可得基本微分方程(8)的通解为

$$u_r' = C_1 r^{x_1} + C_2 r^{x_2} + f \sigma_z' r \quad (12)$$

$$\text{式中 } f = \frac{C_0 - F_0}{(D_0 + E_0) - (A_0 + B_0)}$$

x_1 、 x_2 分别为特征方程的根, 其值为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2D_0} \left[(A_0 - E_0) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(E_0 - A_0)^2 + 4B_0 D_0} \right] \\ x_2 &= \frac{1}{2D_0} \left[(A_0 - E_0) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(E_0 - A_0)^2 + 4B_0 D_0} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

C_1 、 C_2 为待定系数。

将(12)式代入(7)式可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta' &= (A_0 + B_0) C_1 r^{x_1 - 1} \\ &\quad + (A_0 + B_0) C_2 r^{x_2 - 1} + \zeta \sigma_z' \\ \sigma_r' &= (D_0 + E_0) C_1 r^{x_1 - 1} \\ &\quad + (D_0 + E_0) C_2 r^{x_2 - 1} + \zeta \sigma_z' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\text{式中 } \zeta = \frac{C_0(D_0 + E_0) - (A_0 + B_0)F_0}{(D_0 + E_0) - (A_0 + B_0)}$$

利用边界条件 $\sigma_r'|_{r=b} = -P_0$,

$\sigma_r'|_{r=d} = 0$ 可导出待定系数分别为

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\tau\zeta\sigma'_z + P_0 d^{x_2-x_1}}{\eta(D_0 + E_0)} \\ C_2 &= \frac{\lambda\zeta\sigma'_z - P_0}{\eta(D_0 + E_0)} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中 $\tau = d^{x_2-x_1} - b^{x_2-1} d^{1-x_1}$
 $\lambda = b^{x_1-1} d^{1-x_1} - 1$
 $\eta = b^{x_2-1} - b^{x_1-1} d^{x_2-x_1}$
 d —GFRP外套的外半径。

将(15)式代入(14)式可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_\theta &= \frac{\beta(\tau\zeta\sigma'_z + P_0 d^{x_2-x_1})}{\eta} r^{x_1-1} \\ &+ \frac{\beta(\lambda\zeta\sigma'_z - P_0)}{\eta} r^{x_2-1} + \zeta\sigma'_z \\ \sigma'_r &= \frac{(\tau\zeta\sigma'_z + P_0 d^{x_2-x_1})}{\eta} r^{x_1-1} \\ &+ \frac{(\lambda\zeta\sigma'_z - P_0)}{\eta} r^{x_2-1} + \zeta\sigma'_z \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中 $\beta = \frac{A_0 + B_0}{D_0 + E_0}$

在以上导出的内衬和外套中的径向、周向应力公式(1)和(16)中仍含有未知量 P_0 、 σ'_z 和 σ'_z 。要确定这三个未知量，必须同时考虑筒身段结合层的变形协调条件和封头对筒身段产生约束力的平衡条件，即

$$(\epsilon_\theta)_{r=b} = (\epsilon_\theta)_{r=b} \quad (17)$$

$$N_z^S = \int_a^b 2\pi R \sigma_T dR \quad (18)$$

$$N_z^G = \int_b^d 2\pi R \sigma_T dR \quad (19)$$

式中 N_z^S ——钢内衬的轴向拉力；
 N_z^G ——GFRP外套的轴向拉力；
 σ_T ——组合封头钢内壳的切向应力；
 σ'_T ——组合封头GFRP外壳的切向应力；
 σ_T 和 σ'_T 推导过程将在后面介绍，为了分

析问题方便，我们不妨先引用其结论公式。由(17)式的变形协调条件，可以得到如下方程

$$m_1 \sigma'_z + n_1 \sigma'_z + h_1 P_0 + q_1 = 0 \quad (20)$$

式中 $m_1 = v(a^2 - b^2)$

$$n_1 = E(a^2 - b^2)(\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}\pi\zeta + \bar{S}_{23}\psi\zeta)$$

$$h_1 = E(a^2 - b^2)(\bar{S}_{22}\beta + \bar{S}_{23})\varphi - a^2(1 + v) - b^2(1 - v)$$

$$q_1 = 2Pa^2$$

$$\pi = \frac{\beta\tau}{\eta} b^{x_1-1} + \frac{\beta\lambda}{\eta} b^{x_2-1} + 1$$

$$\psi = \frac{\tau}{\eta} b^{x_1-1} + \frac{\lambda}{\eta} b^{x_2-1} + 1$$

$$\varphi = \frac{1}{\eta} (d^{x_2-x_1} b^{x_1-1} - b^{x_2-1})$$

由于前面已假定筒身段钢内衬和 GFRP 外套的轴向应力均视为平均轴向应力，所以由式(18)和(19)的力平衡条件可分别写出如下两个方程

$$(b^2 - a^2)\sigma'_z - a^2 P + b^2 \lambda_1 P = 0 \quad (21)$$

$$(d^2 - b^2)\sigma'_z - b^2 \lambda_1 P = 0 \quad (22)$$

这里的 λ_1 是一个常数，将在后面推导其表达式。

对(20)~(22)三式联立求解可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_z &= k_1 P \\ \sigma'_z &= k_2 P \\ P_0 &= VP / h_1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中 $k_1 = \frac{a^2 - \lambda_1 b^2}{b^2 - a^2}$

$$k_2 = \frac{\lambda_1 b^2}{d^2 - b^2}$$

$$V = -(m_1 k_1 + n_1 k_2 + 2a^2)$$

将式(23)分别代入式(1)和(16)中，即得纤维增强压力容器筒身段钢内衬和 GFRP 外套的应力计算公式分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \frac{(a^2 b^2 + a^2 r^2)P}{r^2(b^2 - a^2)} \\ &- \frac{(a^2 b^2 + b^2 r^2)VP}{r^2 h_1 (b^2 - a^2)} \\ \sigma_r &= \frac{(a^2 r^2 - a^2 b^2)P}{r^2(b^2 - a^2)} \\ &+ \frac{(a^2 b^2 - b^2 r^2)VP}{r^2 h_1 (b^2 - a^2)} \end{aligned} \right\} (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta}' &= (\beta G_1 r^{x_1-1} + \beta G_2 r^{x_2-1} + G_3)P \\ \sigma_r' &= (G_1 r^{x_1-1} + G_2 r^{x_2-1} + G_3)P \end{aligned} \right\} (25)$$

式中 $G_1 = \frac{1}{\eta} (\tau \zeta k_2 + \frac{V}{h_1} d^{x_2-x_1})$

$$G_2 = \frac{1}{\eta} (\lambda \zeta k_2 - \frac{V}{h_1})$$

$$G_3 = \zeta k_2$$

其余符号意义同前。

有关 GFRP 外套的柔度系数按下列公式计算^[2]

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_{11} &= \frac{1}{E_z}, \bar{S}_{22} = \frac{1}{E_{\theta}}, \bar{S}_{33} = \frac{1}{E_r} \\ \bar{S}_{12} &= -\frac{\nu_{z\theta}}{E_z}, \bar{S}_{13} = -\frac{\nu_{13}}{E_z}, \\ \bar{S}_{23} &= -\frac{\nu_{23}}{E_{\theta}} \end{aligned} \right\} (26)$$

式中 $E_z = 1 / (E_{z1} - \nu_1^2 G_{z\theta1})$

$$E_{\theta} = 1 / (E_{\theta1} - \nu_2^2 G_{z\theta1})$$

$$E_r = E_N$$

$$\nu_{z\theta} = E_z (E_{z1} \nu_{z\theta1} + \nu_1 \nu_2 G_{z\theta1})$$

$$E_{z1} = \frac{\cos^4 \alpha}{E_L} + \frac{\sin^4 \alpha}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{12}}{E_L} \right) \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$E_{\theta1} = \frac{\sin^4 \alpha}{E_L} + \frac{\cos^4 \alpha}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{12}}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\begin{aligned} &- \frac{2\nu_{12}}{E_L} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \frac{1}{G_{z\theta1}} &= \left(\frac{1 + \nu_{12}}{E_L} + \frac{1 + \nu_{21}}{E_T} \right) \sin^2 2\alpha \\ &+ \frac{\cos^2 2\alpha}{G_{LT}} \\ \nu_{21} &= \nu_{12} \frac{E_T}{E_L} \\ \nu_{z\theta1} &= \frac{1}{E_{z1}} \left[\nu_{12} / E_L (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) \right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \right] \\ \nu_1 &= \left[\frac{\sin^2 \alpha}{E_T} - \frac{\cos^2 \alpha}{E_L} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{12}}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha \\ \nu_2 &= \left[\frac{\cos^2 \alpha}{E_T} - \frac{\sin^2 \alpha}{E_L} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{12}}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha \end{aligned}$$

其中 E_r 、 E_{θ} 、 E_z 分别表示 GFRP 外套在 r 、 θ 、 z 3 个坐标轴方向的弹性模量； $\nu_{z\theta}$ 为对应坐标方向的泊松比； E_L 、 E_T 、 E_N 、 ν_{12} 、 ν_{23} 、 ν_{13} 分别为正交各向异性体弹性主方向的弹性模量和泊松比； G_{LT} 为正交各向异性体弹性主方向的剪切模量。

3 封头的内力分析

如图 1(b)所示，组合压力容器的半球形封头在应力分析时可按球形容器来处理^[4]。因此，封头的内力分析是一个球对称问题。在所取球坐标系中，封头的径向应力 σ_R 和切向应力 σ_T 均只与坐标 R 有关，剪应力及剪应变均为零。为分析问题的方便，这里仍将封头分离成钢制内壳和 GFRP 外壳两个单元来讨论。令内、外壳间的相互作用力为 P_b 。

对于钢制内壳，由几何方程和物理方程导

得的弹性方程为^[5]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{du_R}{dR} + 2\nu \frac{u_R}{R} \right] \\ \sigma_T &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu \frac{du_R}{dR} + \frac{u_R}{R} \right] \end{aligned} \right\} (27)$$

钢内壳的平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_R}{dR} + \frac{2}{R}(\sigma_R - \sigma_T) = 0 \quad (28)$$

将(27)式代入(28)式即得本问题的基本微分方程^[5]

$$\frac{d^2 u_R}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{du_R}{dR} - \frac{2}{R^2} u_R = 0 \quad (29)$$

式中 u_R ——球壳的径向位移。

容易看出，方程(29)的通解为

$$u_R = A_1 R + \frac{B_1}{R^2} \quad (30)$$

将上式代入(27)式可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &= \frac{E}{1-2\nu} A_1 - \frac{2E}{1+\nu} \frac{B_1}{R^3} \\ \sigma_T &= \frac{E}{1-2\nu} A_1 - \frac{E}{1+\nu} \frac{B_1}{R^3} \end{aligned} \right\} (31)$$

利用边界条件

$$(\sigma_R)_{R=a} = -P, (\sigma_R)_{R=b} = -P_b$$

可求出积分常数分别为

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{a^3 P - b^2 P_b}{E(b^3 - a^3)} (1-2\nu) \\ B_1 &= \frac{a^3 b^3 (P - P_b)}{2E(b^3 - a^3)} (1+\nu) \end{aligned} \right\} (32)$$

将(32)式代入(31)式，则

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &= -\frac{a^3 (b^3 - R^3)}{R^3 (b^3 - a^3)} P - \frac{b^3 (R^3 - a^3)}{R^3 (b^3 - a^3)} P_b \\ \sigma_T &= \frac{a^3 (b^3 + 2R^3)}{2R^3 (b^3 - a^3)} P - \frac{b^3 (2R^3 + a^3)}{2R^3 (b^3 - a^3)} P_b \end{aligned} \right\} (33)$$

对于 GFRP 外壳，在前述假设条件下可

写出它的平衡微分方程和几何方程分别为

$$\frac{d\sigma_R}{dR} + \frac{2}{R}(\sigma'_R - \sigma'_T) = 0 \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_R &= \frac{du'_R}{dR}, \epsilon'_T = \frac{u'_R}{R} \end{aligned} \right\} (35)$$

物理方程应由(5)式来确定。利用球对称性可简化成

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_T &= \sigma'_T (\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12}) + \sigma'_R \bar{S}_{13} \\ \epsilon'_T &= \sigma'_T (\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}) + \sigma'_R \bar{S}_{23} \\ \epsilon'_R &= \sigma'_T (\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23}) + \sigma'_R \bar{S}_{33} \end{aligned} \right\} (36)$$

将(35)式代入(36)式，化简整理得弹性方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_R &= A'_R \frac{du'_R}{dR} - B'_R \frac{u'_R}{R} \\ \sigma'_T &= C'_R \frac{du'_R}{dR} + D'_R \frac{u'_R}{R} \end{aligned} \right\} (37)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A'_R &= \frac{\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}}{\bar{S}_{33}(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}) - (\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})^2} \\ B'_R &= \frac{2(\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})}{\bar{S}_{33}(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}) - (\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})^2} \\ C'_R &= \frac{-(\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})}{\bar{S}_{33}(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}) - (\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})^2} \\ D'_R &= \frac{2\bar{S}_{33}}{\bar{S}_{33}(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12} + \bar{S}_{22}) - (\bar{S}_{13} + \bar{S}_{23})^2} \end{aligned} \right\}$$

将(37)代入(34)得本问题的基本微分方程

$$\frac{d^2 u'_R}{dR^2} + F'_R \frac{du'_R}{dR} - G'_R \frac{u'_R}{R^2} = 0 \quad (38)$$

$$\text{其中 } F'_R = \frac{2(A'_R - C'_R) - B'_R}{A'_R}$$

$$G'_R = \frac{2D'_R + B'_R}{A'_R}$$

参考方程(8)的通解结构，容易看出方程(38)的通解为

$$u'_R = C_3 R^{x_{01}} + C_4 R^{x_{02}} \quad (39)$$

式中 x_{01} 、 x_{02} 分别为对应特征方程的两个根, 由下列公式确定:

$$\left. \begin{aligned} x_{01} &= \frac{1}{2} [1 - F_R + \sqrt{(F_R - 1)^2 + 4G_R}] \\ x_{02} &= \frac{1}{2} [1 - F_R - \sqrt{(F_R - 1)^2 + 4G_R}] \end{aligned} \right\} (40)$$

积分常数 C_3 、 C_4 可由如下边界条件确定:

$$(\sigma'_R)_{R=b} = -P_b, (\sigma'_R)_{R=d} = 0$$

将 $R=b$ 和 $R=d$ 分别代入(39)和(37)式, 联立求解可得 $C_3 = H_R P_b$, $C_4 = K_R P_b$ (41) 式中

$$\begin{aligned} H_R &= d^{x_{02}-1} (A_R x_{01} - B_R)^{-1} \\ &\times (b^{x_{02}-1} d^{x_{01}-1} - b^{x_{01}-1} d^{x_{02}-1})^{-1} \\ K_R &= d^{x_{01}-1} (A_R x_{02} - B_R)^{-1} \\ &\times (b^{x_{01}-1} d^{x_{02}-1} - b^{x_{02}-1} d^{x_{01}-1})^{-1} \end{aligned}$$

将(39)、(41)两式代入(37)式可得外壳的应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_R &= [(A_R x_{01} - B_R) H_R R^{x_{01}-1} \\ &+ (A_R x_{02} - B_R) K_R R^{x_{02}-1}] P_b \\ \sigma'_T &= [(C_R x_{01} + D_R) H_R R^{x_{01}-1} \\ &+ (C_R x_{02} + D_R) K_R R^{x_{02}-1}] P_b \end{aligned} \right\} (42)$$

为了确定式(33)和式(42)中的 P_b , 需利用变形协调条件 $(\epsilon_T)_{R=b} = (\epsilon_T)_{R=b}$ (43)

钢内壳在接触层的切向应变为

$$\begin{aligned} (\epsilon_T)_{R=b} &= \frac{1}{E} \left[\frac{3(1-\nu)a^3}{2(b^3-a^3)} P \right. \\ &\left. - \frac{(1-\nu)(2b^3+a^3)}{2(b^3-a^3)} P_b - \nu P_b \right] \end{aligned} \quad (44)$$

GFRP 外壳在接触层的切向应变为

$$(\epsilon_T)_{R=b} = (\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12}) N_R P_b + \bar{S}_{13} M_R P_b \quad (45)$$

式中 $N_R = (C_R x_{01} + D_R) H_R b^{x_{01}-1} + (C_R x_{02} + D_R) K_R b^{x_{02}-1}$

$$M_R = (A_R x_{01} - B_R) H_R b^{x_{01}-1}$$

$$+ (A_R x_{02} - B_R) K_R b^{x_{02}-1}$$

将(44)、(45)两式代入协调条件(43)可解

出

$$P_b = \lambda_1 \cdot P \quad (46)$$

式中

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 3a^3(1-\nu) \cdot 2E(b^3-a^3)^{-1} [\Delta \\ &+ (\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12}) N_R + M_R \bar{S}_{13}]^{-1} \end{aligned}$$

$$\Delta = \frac{(1-\nu)(2b^3+a^3) + 2\nu(b^3-a^3)}{2E(b^3-a^3)}$$

将(46)式代入(33)式和(42)式中即得封头的应力计算公式

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_R &= - \left[\frac{a^3(b^3-R^3)}{R^3(b^3-a^3)} \right] \\ &+ \frac{b^3(R^3-a^3)}{R^3(b^3-a^3)} \lambda_1 \Big] P \\ \sigma'_T &= \left[\frac{a^3(b^3+2R^3)}{2R^3(b^3-a^3)} \right. \\ &\left. - \frac{(2R^3+a^3)}{2R^3(b^3-a^3)} \lambda_1 \right] P \end{aligned} \right\} (47)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_R &= [(A_R x_{01} - B_R) H_R R^{x_{01}-1} \\ &+ (A_R x_{02} - B_R) K_R R^{x_{02}-1}] \lambda_1 P \\ \sigma'_T &= [(C_R x_{01} + D_R) H_R R^{x_{01}-1} \\ &+ (C_R x_{02} + D_R) K_R R^{x_{02}-1}] \lambda_1 P \end{aligned} \right\} (48)$$

式中符号的意义同前。

4 算例讨论

一组合压力容器的结构参数为 $a=0.6\text{m}$, $b=0.62\text{m}$, $d=0.64\text{m}$, 玻璃纤维布的缠绕角 $\alpha=30^\circ$, 工作内压 $P=10.0\text{MPa}$ 。GFRP 和钢材的弹性常数如表 1 所示^[6]。计算壁内各处的应力。

表 1 组合压力容器材料弹性常数表

	弹性模量(GPa)				泊松比		
	E_L	E_T	E_N	G_{LT}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
GFRP	33.839	12.094	6.047	4.335	0.33	0.20	0.15
钢	206.0				0.30		

根据前面导出的应力计算公式编程由计算机算出组合压力容器筒身段和封头壁内每间隔 2mm 的点上的径向应力和周向应力值。然后将计算结果绘成图 3 和图 4。图 3 表示筒身段的径向和周向应力沿径向的分布规律，图 4 表示封头的径向和切向应力沿径向的分布规律。

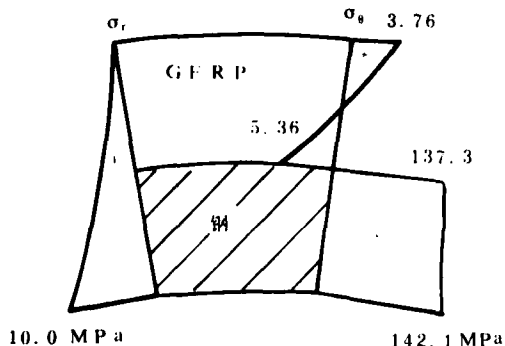


图 3 筒身段的应力分布曲线

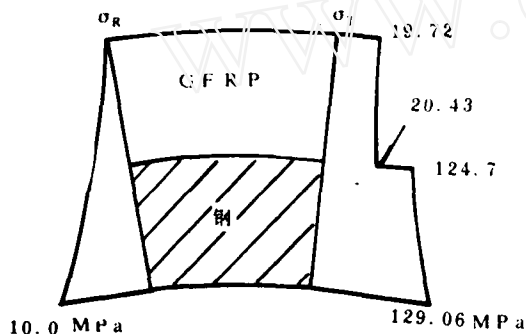


图 4 封头的应力分布曲线

从图 3 和图 4 的应力分布曲线可以看出，筒身段和封头的径向应力均符合厚壁壳的径向

应力分布规律，而筒身段的周向应力在钢内衬与 GFRP 外套的结合层处出现了应力改向突变，这是由于 GFRP 材料正交各向异性的弹性特性和封头对筒身段产生轴向拉应力联合影响的结果。由此可见，GFRP 外套层内的轴向拉应力提高了筒身段的 GFRP 外套对钢内衬的增强效果。

5 小结

本文导出的纤维复合材料增强压力容器的应力计算公式是在弹性力学基础上获得的解析解。这些公式不仅适用于组合厚壁压力容器的设计计算，而且也以后进行复合材料增强压力容器承压能力的试验提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 (美) Crandall Dahl Lardner 等著 (诸光炯等译). 固体力学导论. 北京: 人民教育出版社, 1980. 185~189
- 2 刘锡礼等. 复合材料力学基础. 中国建工出版社, 1984
- 3 蔡四维. 复合材料结构力学. 北京: 人民交通出版社, 1987
- 4 赵正修. 石油化工压力容器设计. 北京: 石油工业出版社, 1985
- 5 徐芝纶. 弹性力学. 第2版, 北京: 人民教育出版社, 1982
- 6 李卓球、岳红军主编. 玻璃钢管道与容器. 北京: 科学出版社, 1990. 94~96

(编辑张立中 收稿日期 1991-06-14)

(上接 6 页)

计、选材、冶炼、有害微量元素的控制、限制回火脆化系数、控制制造工艺过程、解决使用中的内表面堆焊层的硫化物应力腐蚀及一系列运输安装配套技术问题等方面还需由工程师们作深层次的探索和不断的实践。随着石油化工装置向大型化发展的趋势，发达国家已制造出质量 850t、1200t 的反应器，日本正制造 $\phi 4900 \times 406$ (厚) $\times 40000$ (长) (mm)、质量 2000t 的反应器，这些特大型的反应器都是整体交货，因此给装 (卸) 船、装 (卸) 车、

铁路运输、现场安装就位等工程技术提出了一系列的新问题。就此而言，本文所论述的问题，仅仅是大型热壁加氢反应器国产化途径的一次尝试，要赶上世界发达国家的制造安装水平，还有待于广大科技工作者付出更大更多的努力。

参 考 文 献

- 1 宋文模. 改进我国加氢过程的途径. 炼油设计, 1983. No.2
- 2 张德仁. 临氢设备用抗回火脆性 $2\frac{1}{4}$ Cr1Mo 钢锻件的研制. 石油化工设备, 1988. No.6

(编辑张立中 收稿日期 1991-07-01)

PETROLEUM ENGINEERING CONSTRUCTION

Vol. 18, No. 1 Bimonthly

Feb. 1992 Started in 1975

Sponsor: China National Petroleum Corporation

Editor & Publisher: Engineering Technology Research Institute of China National Petroleum Corporation Petroleum Engineering Construction Editorial Department (40, Jintang Road, Tanggu District, Tianjin China)

Distributor: China International Book Trading Corporation (P.O. Box 399 Beijing China)

CONTENTS AND ABSTRACTS

• SUMMARY OF SPECIAL TOPIC •

(1) Material Selection, Manufacture and Installation of the Hot Wall Hydrogen Reactor in China

The hot wall hydrogen reactor which has complicated manufacture process and needs high technology is a key equipment of hydrocracking apparatus in refinery. It is in the list of important equipments during the seventh five-year-plan of China. At present, the biggest hydrocracking reactor has already been manufactured, passed the acceptance check on national level and successfully set up on June 12, 1991. This paper introduces and discusses its main technologies about material selection, manufacture and installation.

Zhang yunchuan

• RESEARCH AND DISCUSSION •

(7) Analysis of Internal Forces in a Composite Reinforced Pressure Vessel

Using composite material to reinforce the pressure vessels and to change the high-quality steel for ordinary steel in the manufacture of pressure vessel can not only save a large amount of high-quality steel but also allow those vessels to endure very adverse work condition. In this paper, the stress expression of combined pressure are derived by means of the essential equations from elastic mechanics and the distribution of stress in the wall is discussed.

Yao Anlin, Luo Hongquan

(15) Research and Manufacture on Air Blow Compressive Smearing Unit for Cement Lining of Pipeline

Comparing with cement lining prefabrication on several pipes has advantages in not only saving time and labour but also exempting, to a great extent, the in-situ joint inner patching procedure. Therefore, it is specially suitable for lining construction on long distance pipeline. However, the old air blow compressive smearing unit has neither flow diverter nor central corrector to make lining thickness uniform. So a new one with flow diverter and central axial corrector is