

埋地管道随机振动的摄动分析

帅健, 许葵

(石油大学机电学院, 北京 102249)

摘要: 埋地管道的材料特性和沿线的土壤性质存在差异, 对这种差异性采用随机参数描述有一定的合理性, 因此在管道的随机振动分析中考虑结构参数的随机性是必要的, 对于管道的抗震设计具有现实意义。对于在空间相关的地震地面随机激励下的埋地管道, 将结构参数看作是随机变量, 采用摄动分析法, 推导了随机响应的相关函数和功率谱密度函数的解析表达式, 大大方便了工程应用。针对某输油管道, 给出了计算结果。

关键词: 摄动法; 随机振动; 随机结构; 埋地管道

中图分类号: TE973.1

Perturbation Analysis of Random Vibration for Buried Pipelines

SHUAI Jian, XU Kui

(School of Electrical and Mechanical Engineering, University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: There is a difference in characteristics of pipe material and soil along pipeline. It is reasonable to represent the difference with random parameters. Thus it is necessary to consider the randomness of structure parameters in pipeline random vibration analysis. It is significant to anti-earthquake design of pipelines. For the buried pipeline subjected by spatially correlated random ground excitation, the structure parameters of pipelines were considered to be statistical variables. The correlation function and power spectral density functions of vibrations response were analytically derived in closed form by means of stochastic perturbation method. The numerical results are given for an actual oil pipeline.

Key words: perturbation method; random vibration; stochastic structure; buried pipelines

埋地管道振动分析很早就受到了研究者的重视^[1], 其中最具代表性的是 Hindy 和 Novak^[2] 和 Zerva^[3] 等人的工作。他们的研究表明, 地震激励的空间相关性使管道产生过高的随机应力, 其他研究者也采用类似地面运动空间相关性模型, 考察了地面运动相关性以及其它参数对地下管线随机响应的影响^[4,5]。然而, 这些分析都是将管道振动体系的结构参数看成是确定的, 没有考虑到结构参数的随机性对管道随机响应的影响。

为了为长输油气管道的抗震设计提供精确的分析方法, 本文在文[5]的基础上, 经过一阶摄动分析, 推导了管道随机响应的相关函数和功率谱密度函数的解析表达式。

1 公式推导

在埋地管道的抗震分析中, 地面运动的加速度的互功率谱密度可以表示空间相关的形式

$$S_{\ddot{u}_y}(x_1, x_2, \omega) = S_{\ddot{u}_y}(\omega) Q(x_1, x_2) \quad (1)$$

收稿日期: 2002-05-20

作者简介: 帅健(1963-), 男, 湖北黄梅人, 教授。

其中 $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ 为平稳地震地面运动的加速度功率谱密度, $Q(x_1, x_2)$ 为衰减函数^[2], 其表达式为:

$$Q(x_1, x_2) = \exp\left(-n \frac{|x_1 - x_2|}{l}\right) \quad (2)$$

n 为无量纲参数, 表示波动传播的衰减程度; l 为管段长度; x_1 和 x_2 为管道上的两个点。

埋地管道的振动分解为轴向振动和横向振动, 这两种振动的基本方程和模态函数具有相似性, 可采用完全相同的分析方法, 因此本文以轴向振动为例, 给出公式推导的基本过程。埋地管道的轴向振动的基本方程为

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + K_A u(x, t) - EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = C_A \frac{\partial u_g(x, t)}{\partial t} + K_A u_g(x, t) \quad (3)$$

式中 $u(x, t)$ 为管道的绝对轴向位移, $u_g(x, t)$ 为地震地面位移, m 为管子单位长度质量, C_A 为管土之间的阻尼系数, K_A 为管土之间的刚度系数, E 、 A 分别为管子的弹性模量和横截面积。考虑管道结构参数的随机性质, 则方程中的各项系数均为随机变量。

令

$$f(x, t) = C_A \frac{\partial u_g(x, t)}{\partial t} + K_A u_g(x, t) \quad (4)$$

以管土之间的刚度系数为例, 作如下变换: 刚度系数 K_A 的确定性部分用 K_{Ad} 表示, 随机部分用 K_{Ar} 来表示, 因此

$$K_A = K_{Ad} + \epsilon K_{Ar} \quad (5)$$

式中 ϵ 为一小参数, 对方程(5)取期望, 由于 K_{Ar} 的零均值, 故有

$$E[K_A] = K_{Ad} \quad (6)$$

管道的随机响应可以分成两部分, 一部分是由于强迫振动项 $f(x, t)$ 引起的, 记为 u_{r1} , 另一部分是由于管道结构参数的随机性质而导致的, 这部分响应记为 u_{r2} , 考虑参数的随机变量是小量, 由随机参数引起的随机响应与强迫振动项产生的随机响应相比要小得多, 作如下变换

$$u(x, t) = u_{r1}(x, t) + \epsilon u_{r2}(x, t) \quad (7)$$

方程(7)的期望值为

$$E[u(x, t)] = E[u_{r1}(x, t)] + \epsilon E[u_{r2}(x, t)] = 0 \quad (8)$$

同样变换, 可得

$$\dot{u}(x, t) = \dot{u}_{r1}(x, t) + \epsilon \dot{u}_{r2}(x, t) \quad (9)$$

$$\ddot{u}(x, t) = \ddot{u}_{r1}(x, t) + \epsilon \ddot{u}_{r2}(x, t) \quad (10)$$

响应的相关函数

$$\begin{aligned} R_u(x_1, x_2, \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [u_{r1}(x_1, t) + \epsilon u_{r2}(x_1, t)][u_{r1}(x_2, t + \tau) + \epsilon u_{r2}(x_2, t + \tau)] dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [u_{r1}(x_1, t) u_{r1}(x_2, t + \tau) + \epsilon u_{r1}(x_1, t) u_{r2}(x_2, t + \tau) + \\ &\quad + \epsilon u_{r1}(x_2, t + \tau) u_{r2}(x_1, t) + \epsilon^2 u_{r1}(x_1, t) u_{r2}(x_2, t + \tau)] dt \end{aligned}$$

$$= R_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \tau) + 2\epsilon R_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \tau) + \epsilon^2 R_{u_{r_2}}(x_1, x_2, \tau) \quad (11)$$

谱密度函数

$$S_u(x_1, x_2, \omega) = S_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \omega) + 2\epsilon S_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega) + \epsilon^2 S_{u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega) \quad (12)$$

将式(5)、(7)、(9)和(10)代入方程(1),得

$$m \frac{\partial^2(u_{r_1} + \epsilon u_{r_2})}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial(u_{r_1} + \epsilon u_{r_2})}{\partial t} + (K_{Ad} + \epsilon K_{Ar})(u_{r_1} + \epsilon u_{r_2}) - EA \frac{\partial^2(u_{r_1} + \epsilon u_{r_2})}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (13)$$

展开式(13),比较 ϵ 的同次幂的系数,并略去 $O(\epsilon^2)$ 项,得

$$\epsilon^0: m \frac{\partial^2 u_{r_1}}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial u_{r_1}}{\partial t} + K_{Ad} u_{r_1} - EA \frac{\partial^2 u_{r_1}}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (14)$$

$$\epsilon^1: m \frac{\partial^2 u_{r_2}}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial u_{r_2}}{\partial t} + K_{Ad} u_{r_2} - EA \frac{\partial^2 u_{r_2}}{\partial x^2} = f'(x, t) \quad (15)$$

其中

$$f'(x, t) = -K_{Ar} u_{r_1}(x, t) \quad (16)$$

方程(14)和(15)左端参数都是确定性的,没有包含随机变化的成分,而两个方程的右端都是随机激励,因此可分别按确定性参数结构的随机响应分析来求解这两个方程。

应用模态分析方法,可以将振动方程(14)和(15)化为关于广义坐标 η_j 的振动方程

$$\epsilon^0: \ddot{\eta}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{\eta}_j + \omega_j^2 \eta_j = f_j(t) \quad j=1, 2, \dots \quad (17)$$

$$\epsilon^1: \ddot{\eta}'_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{\eta}'_j + \omega_j^2 \eta'_j = f'_j(t) \quad j=1, 2, \dots \quad (18)$$

这里

$$f_j(t) = \frac{1}{m_j} \int_0^l \varphi_j(x) f(x, t) dx \quad (19)$$

$$f'_j(t) = \frac{1}{m_j} \int_0^l \varphi_j(x) f'(x, t) dx = -\frac{K_{Ar}}{m_j} \int_0^l \varphi_j(x) u_{r_1}(x, t) dx \quad (20)$$

$$\eta'_j(t) = \int_0^t h_j(t-\tau) f'_j(\tau) d\tau = -\frac{K_{Ar}}{m_j} \int_0^t \int_0^l \varphi_j(x) h_j(t-\tau) u_{r_1}(x, \tau) d\tau dx \quad (21)$$

m_j 为广义质量:

$$m_j = m \int_0^l \varphi_j^2(x) dx = mL_j \quad (22a)$$

$$L_j = \int_0^l \varphi_j^2(x) dx \quad (22b)$$

上述公式中的 $\varphi_j(x)$ 、 $h_j(t)$ 分别为第 j 阶模态的模态函数和稳态脉冲响应函数。

为了根据式(11)和(12)得到响应的相关函数,需要分别推导相关函数 $R_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \omega)$ 、 $R_{u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega)$ 和 $R_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega)$ 以及功率谱密度函数 $S_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \omega)$ 、 $S_{u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega)$ 和 $R_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega)$ 的表达式。

首先,要求出对 u_{r1} 的自相关函数和谱密度函数,这是由于强迫振动项 $f(x, t)$ 产生的位移响应,见式(14),按照以前的研究的结果^[5],有

$$R_{u_{r1}}(x_1, x_2, \tau) = \frac{l^2}{m^2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1)\varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_{Ad}^2}{\omega^4} \right] H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\ddot{u}_g}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{23}$$

$$S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) = \frac{l^2}{m^2} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_{Ad}^2}{\omega^4} \right] \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1)\varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\ddot{u}_g}(\omega) \tag{24}$$

$J_{j,k}(n)$ 的含义见文献[3]。为了简写以上两式,令

$$G_{j,k}(\omega) = \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_{Ad}^2}{\omega^4} \right] H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\ddot{u}_g}(\omega) \tag{25}$$

则式(23)和(24)变为

$$R_{u_{r1}}(x_1, x_2, \tau) = \frac{l^2}{m^2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1)\varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) \int_{-\infty}^{\infty} G_{j,k}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{26}$$

$$S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) = \frac{l^2}{m^2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1)\varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) G_{j,k}(\omega) \tag{27}$$

其次,由方程(18)推导对于 u_{r2} 的自相关函数和谱密度函数,由式(16),得

$$\begin{aligned} R_{f'}(x_1, x_2, \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f'(x_1, t) f'(x_2, t + \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} K_{Ar}^2 u_{r1}(x_1, t) u_{r1}(x_2, t + \tau) dt = K_{Ar}^2 R_{u_{r1}}(x_1, x_2, \tau) \end{aligned} \tag{28}$$

$$S_{f'}(x_1, x_2, \omega) = K_{Ar}^2 S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) \tag{29}$$

对于 $f'_j(t)$ 和 $f'_k(t)$ 的互谱密度函数

$$\begin{aligned} S_{f'_j f'_k}(x_1, x_2, \omega) &= \frac{1}{m_j m_k} \int_0^l \int_0^l \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) S_{f'}(x_1, x_2, \omega) dx_1 dx_2 \\ &= \frac{K_{Ar}^2}{m_j m_k} \int_0^l \int_0^l \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) dx_1 dx_2 \end{aligned} \tag{30}$$

将 $S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega)$ 的表达式(27)代入上式,得

$$\begin{aligned} S_{f'_j f'_k}(x_1, x_2, \omega) &= \frac{l^2}{m^2} \cdot \frac{K_{Ar}^2}{m_j m_k} \int_0^l \int_0^l \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\varphi_r(x_1)\varphi_s(x_2)}{L_r L_s} J_{r,s}(n) G_{r,s}(\omega) dx_1 dx_2 \\ &= \frac{l^2}{m^2} \cdot \frac{K_{Ar}^2}{m_j m_k} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_{r,s}(n) G_{r,s}(\omega)}{L_r L_s} \int_0^l \varphi_j(x_1) \varphi_r(x_1) dx_1 \int_0^l \varphi_k(x_2) \varphi_s(x_2) dx_2 \end{aligned} \tag{31}$$

考虑对于两端自由的边界条件,振型函数有如下性质

$$\int_0^l \varphi_j(x_1) \varphi_r(x_1) dx_1 = \begin{cases} L_j & j=r \\ 0 & j \neq r \end{cases} \quad (32)$$

因此

$$S_{f'_j f'_k}(x_1, x_2, \omega) = \frac{l^2 K_{Ar}^2}{m^2 m_j m_k} J_{j,k}(n) G_{j,k}(\omega) \quad (33)$$

对于 $u_{r2}(x, t)$ 的互谱密度函数

$$\begin{aligned} S_{u_{r2}}(x_1, x_2, \omega) &= \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{f'_j f'_k}(x_1, x_2, \omega) \\ &= \frac{l^2}{m^2} \frac{K_{Ar}^2}{m^2} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_{Ad}^2}{\omega^4} \right] \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) [H_j^*(\omega)]^2 [H_k(\omega)]^2 S_{u_j}(\omega) \end{aligned} \quad (34)$$

最后, 推导关于 u_{r1} 和 u_{r2} 的互相关函数

$$\begin{aligned} R_{u_{r1}, u_{r2}}(x_1, x_2, \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u_{r1}(x_1, t) u_{r2}(x_2, t + \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u_{r1}(x_1, t) \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x_2) \eta'_j(t + \tau) dt \end{aligned} \quad (35)$$

将 η'_j 的表达式(21)代入, 得

$$R_{u_{r1}, u_{r2}}(x_1, x_2, \tau) = -\frac{K_{Ar}}{m_j} \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x_2) \int_0^{t+\tau} \int_0^t \varphi_j(x_2) h_j(t + \tau - \tau_1) R_{u_{r1}}(x_1, x_2, \tau_1 - t) d\tau_1 dx_2 \quad (36)$$

由 Wiener-khinchin 关系式

$$R_{u_{r1}}(x_1, x_2, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (37)$$

将式(37)代入式(36), 得

$$\begin{aligned} R_{u_{r1}, u_{r2}}(x_1, x_2, \tau) &= -\frac{K_{Ar}}{m_j} \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x_2) \int_0^{t+\tau} \int_0^t \varphi_j(x_2) h_j(t + \tau - \tau_1) \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) e^{i\omega(\tau_1 - t)} d\tau_1 dx_2 d\omega \\ &= -\frac{K_{Ar}}{m_j} \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x_2) \int_0^t \varphi_j(x_2) \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{t+\tau} h_j(t + \tau - \tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 \right] S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) e^{-i\omega t} dx_2 d\omega \end{aligned} \quad (38)$$

仅考虑响应中的平稳部分, 则积分

$$\int_0^{t+\tau} h_j(t + \tau - \tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 = H_j(\omega) e^{i\omega(t+\tau)} \quad (39)$$

将式(39)代入式(38), 得

$$R_{u_{r1}, u_{r2}}(x_1, x_2, \tau) = -K_{Ar} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{m_j} \varphi_j(x_2) \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j(x_2) H_j(\omega) S_{u_{r1}}(x_1, x_2, \omega) e^{i\omega\tau} dx_2 d\omega \quad (40)$$

相应的谱密度函数

$$S_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega) = -K_{Ar} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{m_j} \varphi_j(x_2) \int_0^l \varphi_j(x_2) H_j(\omega) S_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \omega) dx_2 \quad (41)$$

将 $S_{u_{r_1}}(x_1, x_2, \omega)$ 的表达式(27)代入,得

$$S_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \omega) = -K_{Ar} \frac{l^2}{m^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{m_j} \varphi_j(x_2) H_j(\omega) \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\varphi_r(x_1) \int_0^l \varphi_j(x_2) \varphi_s(x_2) dx_2}{L_r L_s} J_{r,s}(n) G_{r,s}(\omega) \quad (42)$$

注意到式(32)表示的振型函数的性质,并将式(25)代入,最终得

$$S_{u_{r_1}, u_{r_2}}(x_1, x_2, \tau) = -\frac{K_{Ar}}{m} \frac{l^2}{m^2} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) H_j^*(\omega) |H_k(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_g}(\omega) \quad (43)$$

上述推导是针对管土之间的刚度系数为随机变量得出的,如果考虑管道单位长度质量或管土之间的阻尼系数的随机性,其摄动分析的过程不变。

2 数值算例

以某输油管道为例,研究管土之间的刚度系数的随机性对管中随机应力的影响。基本数据为:管径 0.377m,壁厚 0.006m,弹性模量 210GPa,地基反力系数 5.0-50N/m³,地震影响烈度为 7 级,地震激励选用 CP 模型谱^[3],分别考虑软、中软和硬场地土三种情况。考虑管段的长度为 80 米,两端为自由的边界条件。图 1 的结果表明,随着管土之间的刚度系数的变异系数的增加,管中应力的均方根值降低。

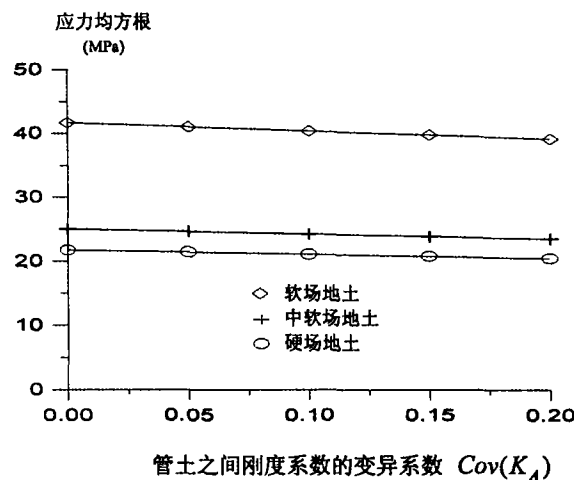


图 1 管中应力的均方根随管土之间的刚度系数的变异系数的变化

Fig.1 Root mean square of stress vs. variation coefficient of stiffness between pipe and soil

参考文献:

[1] Shinozuka M, Kawakami H. Underground pipe damages and ground characteristic. In: Proc of ASCE Speciality Conf on Lifeline Earthq Eng, Los Angeles, 1977, 293-307

[2] Hindy A, Novak M. Pipeline response to random ground motion. J Eng Mech, ASCE 1980, 106: 339-360

[3] Zerva A, Ang A H S, Wen Y K. Lifeline response to spatially variable ground motion. Int J Earth Eng Struc Dyn, 1988, 16: 361-379

[4] 周建,王前信. 地下管道随机反应及动力分析. 土木工程学报, 1993, 26(4): 54-60

[5] 帅健等. 埋地管道的平稳随机振动. 石油大学学报, 1999, 23(4): 65-70